

**Данагуль Серхиловна Каатаеваның**  
**«6D060100 –Математика» мамандығы бойынша философия докторы**  
**(PhD) дәрежесін алу үшін дайындалған**  
**«Екінші ретті квазисызықты айрымдық тендеулердің**  
**бір класының тербелімдік қасиеттері»**  
**атты диссертациялық жұмысына**  
**ПКР**

Айрымдық тендеулердің сапалық теориясының бір саласы, айрымдық тендеулердің тербелімдік қасиеттерін зерттеу болып табылады. Бұл сала дифференциалдық тендеулердің тербелімдік теориясына қараганда кештеу басталып, бірақ зерттеу жолының қындығына байланысты, дифференциалдық тендеулер теориясында алғынған нәтижелерді толығымен қайталай алмай келеді. Мысалы, р-Лапласианды дербес туындылы дифференциалдық тендеудің бірөлшемді жағдайының тербелімдік теориясының негізі өткен ғасырдың 80-ші жылдарының ортасында қаланса, ол тендеудің айрымдық аналогоның тербелімдік теориясының негізгі іргелі нәтижелері 2000-ші жылдың басында алынды. Бұл квазисызықты айрымдық тендеуді математикалық әдебиетте жартылай сзықты айрымдық тендеу деп аталауды.

Жартылай сзықты айрымдық тендеудің тербелімдік қасиеттерін зерттеуде негізгі екі әдіс бар. Біреуін Риккати техникасы деп аталағып, бастапқы тендеуден алмастыру тәсілімен Риккати тәріздес сзықсыз тендеуге көшіп, оның шешімінің қаралып отырған бүкіл аралықта бар екенін зерттейді. Бірақ айрымдық тендеу жағдайында Риккати тәріздес тендеулер дифференциалық тендеулер жағдайына қараганда өте күрделі болғандықтан зерттеулер үлкен қындыққа тіреледі. Екінші вариациялық қағида не вариациялық әдіс деп аталағып, айрымдық тендеудің тербелімдік қасиеттерін табу, әлі толық зерттелмеген салмақты айрымдық теңсіздіктің орындалуын зерттеуге әкеледі. Жалпы математикалық басты мақсат айрымдық тендеулердің тербелімдік қасиеттерінің орындалу шарттарын тендеудің коэффициенттер терминінде беру болып табылады.

Қарастырылып отырған диссертациялық жұмыста квазисызықты айрымдық тендеулердің бір класына жататын екі мүшелі және бірінші коэффициенті, яғни айрымның жаңындағы коэффициенті оң тізбек болатын жартылай сзықты айрымдық тендеудің тербелімдік қасиеттерін екі жағдайда, бірінші тендеудің екінші коэффициенті теріс емес тізбек, екінші жағдайда екінші коэффициент кез-келген нақты сандар тізбегі болғанда зерттеледі. Бірінші жағдай жұмыстың бірінші бөлімінде қарастырылып, екінші жағдай екінші бөлімде зерттелген. Барлық жағдайда вариациялық әдіс қолданылады.

Бірінші бөлімде бірінші жағдай орындалатын жартылай сзықты тендеудің тербелімдік қасиеттерін зерттеу үшін, жартылай сзықты тендеулер теориясындағы вариациялық қағиданың негізінде, тендеудің берілген аралықта түйіндестігімен түйіндессіздігін, тербелімділігімен тербелімсіздігін

және күшті тербелімділігімен күшті тербелімсіздігін, салмақтары тендеудің коэффициенттері болатын, айрымдық Харди теңсіздігінің ең кіші тұрағымен байланыстыратын кеңейтілген вариациялық қағидалар (лемма 1.2.1, 1.4.1, 1.6.1) алынған. Бұл тұжырымдар жартылай сзықты айрымдық тендеулер теориясында бірінші рет табылған жақалықтар. Мысалы,  $[t, \infty)$  аралығында айрымдық Харди теңсіздігінің ең кіші тұрактысы  $C \leq 1$  болса, онда тендеу тербелімсіз, ал егер кез-келген  $t$  үшін  $C > 1$  болса, онда тендеу тербелімді. Одан қарай бірінші рет салмақты айрымдық теңсіздіктер әр түрлі аралықта зерттеліп, салмақтар терминінде теңсіздіктің ең кіші тұрактысы екіжақты бағаланады (теорема 1.2.1). Кеңейтілген вариациялық қағидаларды және теңсіздіктің ең кіші тұрактысын бағалауды қолданып, жартылай сзықты тендеудің берілген аралықта түйіндестігімен түйіндессіздігінің және тербелімділігімен тербелімсіздігінің, коэффициенттер терминінде жеткілікті, қажетті шарттары алынады. Ал тендеудің күшті тербелімділігімен тербелімсіздігінің, шарттары бірдей болатын, қажетті және жеткілікті шарттары берілген. Бұл алынған нәтижелерден салдар есебінде сзықтық айрымдық тендеудің тербелімдік қасиеттерін анықтайдын жаңа тұжырымдар шығады.

Екінші бөлімде екінші коэффициенті кез-келген нақты сандар тізбегі болатын жартылай сзықты айрымдық тендеудің тербелімдік қасиеттері зерттеледі. Бұл жағдайдағы мәселе мынадай. Егер екінші коэффициенті мүшелерінің таңбасы оң емес тізбек болса, онда вариациялық қағиданың негізінде тендеу түйіндессіз және тербелімсіз болады. Сондықтан ол тізбектің оң таңбалы мүшелері бар жағдайда зерттеп, оң таңбалы мүшелері қандай болганда тендеу түйіндесті не тербелімді болады деген сұраққа жауап беріледі. Екінші коэффициентің оң, теріс мүшелерін бөліп, оны екі теріс емес тізбектердің айрымын ретінде жазып, тендеуді үш мүшелі тендеу ретінде қарастырады. Оған сәйкес айрымды Харди теңсіздігі үш мүшелі және үш қарастырады. Оның сәйкес айрымды Харди теңсіздігі үш мүшелі және үш салмақты болады. Бұл жағдайда да бірінші рет кеңейтілген вариациялық қағида орнатылып (лемма 2.2.3), үш салмақты айрымдық Харди теңсіздігінің ең кіші тұрактысына, бұрынғы алынған бағалаулыдан дәлірек, екіжақты бағалау алынады (теорема 2.2.1). Осы екі негізгі нәтижелердің негізінде қарастырып отырған жартылай сзықты тендеудің берілген аралықта түйіндесті, түйідессіз болатындығының және тербелімді, тербелімсіз болатындығының жеткілікті, қажетті шартарын алған. Бұл шарттарда бірінші коэффициент тізбегі мен екінші коэффициенттің оң және теріс бөлігі жеке қатысады. Сондықтан, екінші коэффициенттің оң бөлігінің қандай болғанда тендеу тербелімді болатынын коруге болады. Мұндай терминде нәтижелер бұрын болмаган. Алынған нәтижелерден салдар есебінде сзықтық айрымдық тендеулерге сәйкес нәтижелер алынған.

Жұмыста бір-бірімен тығыз байланысты біртұтас мәселелер зерттеліп, барлық нәтижелер толық дәлелденген. Алынған нәтижелерді айрымдық тендеулердің тербелімдік теориясында өз орынын табады деп сенуге болады.

Ізденуші докторантурасында және диссертациялық жұмысты дайындау кезінде ғылыми-зерттеу жұмысын жеткілікті түрде игергенін

көрсетті. Жұмыстың нәтижелері 5 ғылыми мақалада жарияланған. Оның 2-үі Scopus деректер қорына енетін және CiteScore процентилі 25-тен кем емес болатын ғылыми журналда, қалған 3 мақала Қазақстан Республикасы Білім және ғылым Министрлігі, Білім және ғылым саласындағы бақылау комитеті ұсынған басылымдарда жарияланған. Сонымен қатар, 6 жұмыс халықаралық ғылыми конференциялар тезистері жинақтарында, оның ішінде 1 жұмыс шетелде өткен конференция мақалаларының тезистер жинағында жарияланды.

Жоғарыда айтылғандардың негізінде, Данагуль Серхиловна Карагашеваның диссертациялық жұмысы «6D060100–Математика» мамандығы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алуға қойылған барлық талаптарды орындайды. Ал ізденуші Карагашева Д. С. «6D060100 – Математика» мамандығы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін беруге лайық деп есептеймін.

Ғылыми кеңесші, ф.-м.ғ.д.,  
Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық  
Университетінің профессоры

Р. Ойнаров

